Kantonsschule Im Lee, Winterthur

Probeserien

für

Mündliche Maturitätsprüfungen

in

Mathematik

von

Rolf Kleiner

- Im Folgenden sind alle Serien in deutscher *und* englischer Sprache aufgeführt.

- Serien PA1, PA2 etc. enthalten nur Aufgaben, die bereits nach den Sportferien, d.h. vor den letzten Kapiteln (uneigentliche Integrale, Erwartungswerte etc.) gelöst werden können.
- Serien PB1, PB2 etc. sind Probeserien über den *ganzen Stoff*.

1. Gegeben: ΔABC mit $A(4,1,1)$; $B(2,6,2)$, $C(-3,2,3)$ und zwei Punkte $P(0,0,4)$ und $Q(3,9,-2)$.

a) Ist Q von P aus sichtbar, wenn das ΔABC undurchsichtig ist?

b) Steht PQ senkrecht auf ΔABC?

2. Gegeben: Graph von $y = f(x)$

a) Gleichung des 1. Parabelstücks

b) Übergangspunkt P: Graph ist geschmeidig

c) Graph von f' und f''

3. Wahrscheinlichkeit (*einen* Penalty verschiessen) = 10%.

a) P (4 Penalties nacheinander im Tor)

b) Letzter 5. Schütze: P(verschiessen) =0.05. P (vier Penalties im Tor, letzten Penalty verschiessen)

c) Genau 1 Penalty von 5 verschossen. W'keit, dass es der letzte (beste) Schütze war =?

1 Given a triangle ABC with $A(4,1,1)$; $B(2,6,2)$, $C(-3,2,3)$, and the two points $P(0,0,4)$ und $Q(3,9,-2)$.

a) Is Q visible from P if the triangle is non-transparent?

b) Is PQ perpendicular to the triangle ABC ?

2 Given is the graph of $y = f(x)$.

a) Equation of the first piece of parabola

b) Transition point P: Graph is smooth.

c) Graph of f' und f''

3 Probability of misplaying a penalty kick is 10%.

a) P (score 4 penalties in a row)

b) Last (fifth) scorer: P(misplay)=0.05. P (score 4 penalties in a row, then misplay last penalty)

c) Misplayed exactly 1 penalty. Probability that it was the last (best) scorer = ?

1. **a)** $\vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ -7 \\ 11 \end{pmatrix}$ ist LK von $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b}$, wobei $\vec{b} \perp \vec{a}$.

b) Anzahl Vektoren wie $\vec{a}$ mit 3 Komponenten, wenn

i) Ziffern 1,2 und 3 ohne Wiederholungen

ii) einstellig, ev. wiederholt, ev. negativ

2. Auto A: $s_A(t) = t^2$ und Auto B: $s_B(t) = t^3 - 3t^2 + 4t$.

a) $v_B(t) =$

b) A und B gleich schnell

c) Zeitpunkt $t = 2$ beschreiben

d) Wann ist B am langsamsten?

e) Grösster Vorsprung von B für $0 \leq t \leq 2$]

1 **a)** $\vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ -7 \\ 11 \end{pmatrix}$ is a lin. comb. of $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ and $\vec{b}$ with $\vec{b} \perp \vec{a}$.

b) # of vectors such as $\vec{a}$ with 3 components if

i) digits 1,2 and 3, no repetitions

ii) 1 digit, possibly repet. / negative

2 Car A: $s_A(t) = t^2$ and Auto B: $s_B(t) = t^3 - 3t^2 + 4t$.

a) $v_B(t) =$

b) A and B have same speed

c) Describe situation at $t = 2$

d) When is B the slowest?

e) Greatest lead of B for $0 \leq t \leq 2$]

1. Gegeben: Kugel k mit $M(0,0,0)$ und $r = 3$.

a) Gleichung der Kugel k

b) Punkt A(x,y,z) mit zufälligen $x, y, z \in \{1, 2, ..., 8, 9\}$.
Wahrscheinlichkeit P (Punkt A innerhalb Kugel k)

2. Gegeben ist die Zahlenfolge $a_n = \frac{2}{3^n}$.

a) Beschreibung der Folge

b) Unendliche Summe

c) Entsprechende Funktion

d) Integral, welches der unendlichen Summe entspricht

1 Given is a sphere with centre $O(0,0,0)$ and $r = 3$.

a) Equation of the sphere

b) Point A (x,y,z) with random $x, y, z \in \{1, 2, ..., 8, 9\}$.
Probability that point P lies within the sphere.

2 Given is the number sequence $a_n = \frac{2}{3^n}$.

a) Describe the sequence

b) sum to infinity

c) corresponding function

d) integral, which corresponds with the sum to infinity

1. Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\-7\end{pmatrix}$ und $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix}6\\13\end{pmatrix}$ als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

b) geometrische Bedeutung?

c) Vektor $\vec{n}\perp\vec{a}$. $\vec{n}$ =?

d) $\vec{m}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$, wobei $x, y\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

Wahrscheinlichkeit, dass $\vec{m}$ nicht senkrecht auf $\vec{a}$?

2. Gegeben ist die Ableitung von f: $f'(x)=e^x-3x^2$

a) Extremalstellen von f

b) Minimum oder Maximum von f bei $x = 0.91$

c) Anzahl Extremalstellen von f

d) Funktionsgleichung von f

1 Given are the vectors $\vec{a}=\begin{pmatrix}4\\-7\end{pmatrix}$ and $\vec{b}=\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.

a) $\begin{pmatrix}6\\13\end{pmatrix}$ is a linear combination of $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

b) geometric meaning?

c) vector $\vec{n}\perp\vec{a}$. $\vec{n}$ =?

d) $\vec{m}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ where $x, y\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

Probability that $\vec{m}$ is not perpendicular to $\vec{a}$?

2 Given is the derivative of a function f: $f'(x)=e^x-3x^2$

a) stationary values of f

b) minimum or maximum of f at $x = 0.91$

c) number of stationary values of f

d) equation of function f

1. Jede der 7 Münzen (5 Rappen bis 5 Franken) wird 1 Mal geworfen. Sie gewinnen jede Münze, die Zahl zeigt.

a) P(Gewinn aller 7 Münzen)

b) P(Gewinn von mindestens 3 Fr)

c) Durchschnittlicher Gewinn.

2. Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2e^{4x^2}$.

a) Punkt P auf Graph von *f* mit Steigung 3 skizzieren?

b) Vektor senkrecht auf Graph in Punkt *P*

c) *x*-Koordinate von Punkt *P*

1 Each one of the coins from 0.05 francs to 5 francs is thrown *once*. You win each coin that shows tails.

a) P(you win all the 7 coins)

b) P(you win at least 3 francs)

c) average gain

2 Given is the function $f(x) = 2e^{4x^2}$.

a) Draw point P on graph of *f* with gradient 3.

b) vector perpendicular to graph at point *P*

c) *x*-coordinate of point *P*

1. Trapezregel.

a) Sinn und Zweck der Trapezregel.

b) Genauigkeit der Trapezregel.

c) Bedingungen für zu grossen / zu kleinen Wert.

2. Urne mit Kugeln. P(Kugel ist schwarz) = p.

a) Ziehe 10 Kugeln mit Zurücklegen.
Ereignis $A = \{$ genau 2 von 10 Kugeln sind schwarz $\}$

i) $P(A) =$

ii) Bestimme p so, dass $P(A)$ maximal wird.

b) In der Urne befinden sich total 18 Kugeln.
Bestimme die Anzahl schwarzer Kugeln (von 18),
so dass P(genau 2 von 10 Kugeln sind schwarz)
maximal wird.

1 Trapezoidal Rule

a) It's significance:

b) It's accuracy:

c) When are the results too large? When too small?

2 Bag with marbles. P(marble is black) = p.

a) Draw 10 marbles (and put them back in between).
Event $A = \{$ exactly 2 out of 10 marbles are black $\}$

i) $P(A) =$

ii) Find p such that $P(A)$ is a maximum.

b) The bag contains 18 marbles in total. Find the number of black marbles such that P(exactly 2 out of 10 marbles are black) is a maximum.

1. Glücksrad mit Trefferwahrscheinlichkeit p.
Glücksrad 5 Mal drehen.
Ereignis $A = \{$ genau *ein* Gewinn $\}$

a) $P(A) =$

b) p so, dass $P(A)$ Maximum.

c) Maximaler Wert von $P(A) =$

Glücksrad ***n*** Mal drehen (statt 5 Mal):

d) p so, dass $P_n(A)$ Maximum. Vermutung?

e) $\lim\limits_{n\to\infty} P_n(A) =$ (für maximalen Wert von $P_n(A)$)

2. Gegeben sind die Punkte $A(4,4,4)$ und $B(0,-4,-4)$.

a) Bestimme Punkte P auf x-Achse so, dass $PA \perp PB$.

b) Alle Punkte P so, dass $PA \perp PB$.

1 Probability of winning a game is p. You play 5 times.
Event $A = \{$ you win exactly once $\}$

a) $P(A) =$

b) p such that $P(A)$ is maximum.

c) Maximum value of $P(A) =$

Now play ***n*** times (instead of 5 times).

d) p such that $P_n(A)$ is a maximum.

e) $\lim\limits_{n\to\infty} P_n(A) =$ (for the maximum value of $P_n(A)$)

2 Given are the points $A(4,4,4)$ and $B(0,-4,-4)$.

a) Find points P on the x-axis such that $PA \perp PB$.

b) Consider all points P such that $PA \perp PB$.